CONCOURS D'ADMISSION

À

L'ÉCOLE MILITAIRE INTERARMES

EN 2012

CONCOURS E.M.I.A. SCIENCES

ÉPREUVE DE SCIENCES PHYSIQUES

Durée : 4 heures – Coefficient : 10

Mercredi 25 janvier 2012 de 14h00 à 18h00

L'usage de la calculatrice électronique de poche – y compris programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, est autorisée pendant les épreuves.

Partie I : Physique (≈ 07/20)

Exercice 1 : Le radon (≈ 02/20)

Le radon 222 ($^{222}_{86}Rn$) est le plus lourd des gaz rares. C'est un gaz radioactif, d'origine naturelle puisqu'il provient de la désintégration de l'uranium 238 ($^{238}_{92}U$) qui est contenu dans les roches terrestres. Sa concentration dans l'atmosphère est très faible car il se désintègre rapidement en $^{218}_{84}Po$ par radioactivité α. Sa demi-vie est $t_1 = 3{,}823$ jours.

1) Pour passer de $^{238}_{92}U$ à $^{222}_{86}Rn$, on doit envisager plusieurs transformations successives, de type α et β- ,
   a) Donner l'équation bilan d'une désintégration α d'un noyau $^{A}_{Z}X$.
   b) Donner l'équation bilan d'une désintégration β- d'un noyau $^{A}_{Z}X$.
   c) En déduire le nombre de désintégrations α et β- nécessaires pour passer de $^{238}_{92}U$ à $^{222}_{86}Rn$.

On étudie l'activité d'un échantillon contenant du radon 222. Pour ce faire, on compte, à l'aide d'un appareil adapté, le nombre de désintégrations pendant 20s. On effectue 6 relevés espacés de 5s et on obtient la série de valeurs suivantes : 506, 490, 494, 510, 502 et 498.

2) Pourquoi le résultat des mesures ne reste-t-il pas constant ?

3) L'activité de l'échantillon est-elle en cause ?

4) Calculer l'activité moyenne du radon au moment de l'expérience.

5) Quelle est la définition de la demi-vie d'un noyau radioactif ?

6) Quelle est la relation entre la demi-vie et la constante radioactive λ ?

7) Calculer la valeur de la constante radioactive λ du radon 222

8) Combien de noyaux de radon 222 étaient présents dans l'échantillon au moment de l'expérience ?

Exercice 2 : Ondes ultrasonores (≈ 03/20)

Les matériaux soumis à des sollicitations mécaniques, thermiques ou chimiques se détériorent progressivement et peuvent présenter des discontinuités de structure internes, non visibles, réduisant considérablement leur résistance mécanique.
L'utilisation d'ondes ultrasonores sans contact constitue un moyen simple et efficace de surveiller l'évolution d'un matériau sans démontage ni détérioration, on parle de contrôle non destructif par ultrasons.

1) Donner trois propriétés importantes d'une onde mécanique progressive.

2) Définir ce qu'est une onde transversale et en donner un exemple.

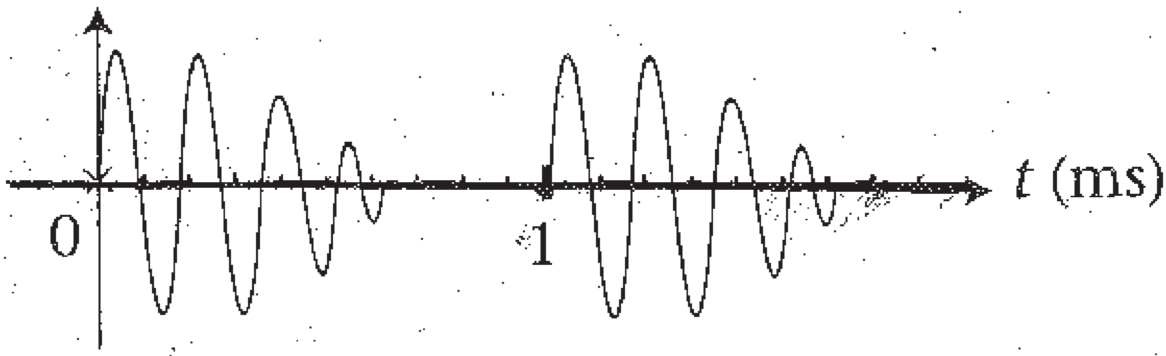
3) Définir ce qu'est une onde longitudinale et en donner un exemple.

4) Les ondes ultrasonores sont-elles perçues par l'homme ? Sinon, quelle est le domaine des fréquences des ondes sonores audibles par l'homme ?

5) Les milieux que l'on peut « explorer » avec les ultrasons sont très divers : air, eau, métaux, matériaux composites … Quelle grandeur caractérisant la propagation des ondes est sensible à ce changement d'élasticité du milieu ?

6) Les ondes ultrasonores sont émises par un transducteur électrocapacitif permettant de convertir un signal électrique périodique en l'émission d'une onde ultrasonore de même période T. On dispose d'un transducteur électrocapacitif émettant des salves d'ultrasons, de deux détecteurs identiques et d'un oscilloscope à deux voies.

Le signal reçu sur la voie 1 est représenté ci-dessous :



a) Commenter l'évolution temporelle du signal sur la voie 1 en donnant les valeurs numériques de deux caractéristiques importantes de l'onde ultrasonore reçue que l'on peut déduire de cet enregistrement.
b) Représenter l'allure du signal observé sur la voie 2 de l'oscilloscope en prenant la même origine des temps que pour l'enregistrement précédent.

Une série de mesures est réalisée en faisant varier la distance d entre les deux détecteurs et en relevant à chaque fois le retard τ entre l'arrivée des signaux sur les deux voies. On obtient le tableau de mesure suivant :

d (en cm)	20	45	86	104	126	150
τ (en ms)	0,59	1,30	2,50	3,10	3,70	4,42

7) Exploitez ces résultats en traçant une courbe de votre choix permettant de déterminer la célérité des ondes ultrasonores dans les conditions de l'expérience. Vous justifierez cependant le choix de la courbe que vous aurez fait.

Au cours d'une seconde expérience, on alimente maintenant le transducteur électrocapacitif émetteur par une tension sinusoïdale de fréquence f = 40 kHz.

8) Lorsque le retard τ est égal à une période T de l'onde, quelle distance sépare les deux détecteurs ?

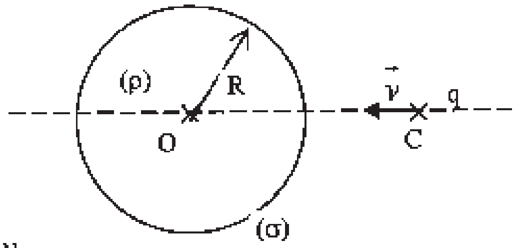
9) Quelle est la relation entre la longueur d'onde λ et la période T de l'onde ?

10) En prenant la valeur de la célérité v déterminée précédemment, calculez numériquement λ.

Exercice 3 : électrostatique (≈ 02/20)

On considère une sphère de rayon R chargée uniformément en volume avec une densité volumique ρ et qui porte également une charge surfacique uniforme de densité σ sur sa surface.

On donne $\rho = \dfrac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$ et $\sigma = \dfrac{-q}{4\pi R^2}$



1) Montrer que la charge totale du système est nulle.

2) Enoncer le théorème de Gauss.

3) A l'aide de ce théorème, montrer que le champ électrostatique est nul en tout point M extérieur à la sphère chargée

4) Déterminer le champ électrostatique en un point M situé à l'intérieur de la sphère chargée; (On posera OM=r)

5) Déterminer le potentiel V(M) en tout point M de l'espace. (On prendra V(∞)=0)

6) Une particule ponctuelle de masse m et de charge q rencontre la sphère selon une trajectoire rectiligne passant par O. Elle est émise avec la vitesse v au niveau d'une cathode C située à la distance 2R de O Pour quelles valeurs de la vitesse v la particule peut-elle traverser la sphère ?

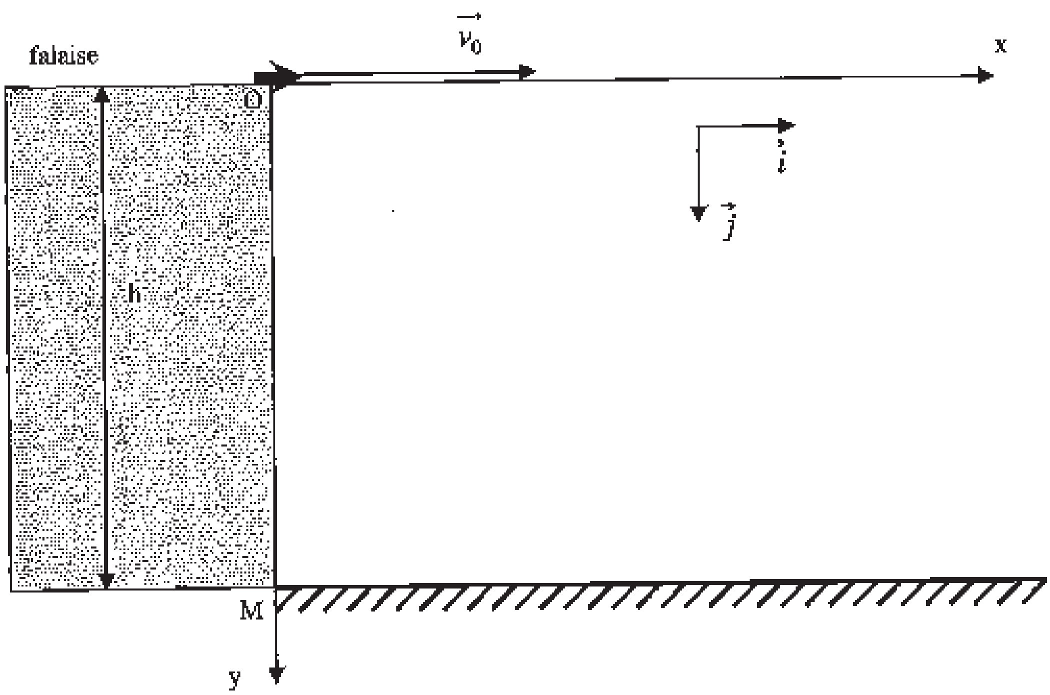
Partie II : Mécanique (≈ 07/20)

Exercice 1 : (02/07)

$1^{ère}$ Partie :

Au cours d'une expérience, un objet P_1 est lâché du haut d'une falaise (point O) sans vitesse initiale. Un second objet P_2 est lancé depuis le point O avec une vitesse initiale horizontale $\vec{v_0}$.

Schéma 1 (aucune échelle n'est respectée)



On admettra les hypothèses suivantes :

- Les objets sont assimilés à des points matériels de masse M.
- On néglige les actions de l'air.
- La falaise a une hauteur h de 10 m.
- On suppose que le mouvement a lieu dans le plan vertical (Ox,Oy).
- Le référentiel terrestre est supposé galiléen et on prend pour accélération de la pesanteur $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$.

1) Enoncer la deuxième loi de Newton (principe d'inertie)

2) L'objet P_1 effectue-t-il un mouvement de chute libre ? (Justifier votre réponse)

3) Même question pour l'objet P_2 ?

4) Etablir les équations horaires littérales $x_2(t)$ et $y_2(t)$ de l'objet P_2 dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

5) En déduire l'expression littérale de la durée de chute t_2 de P_2.

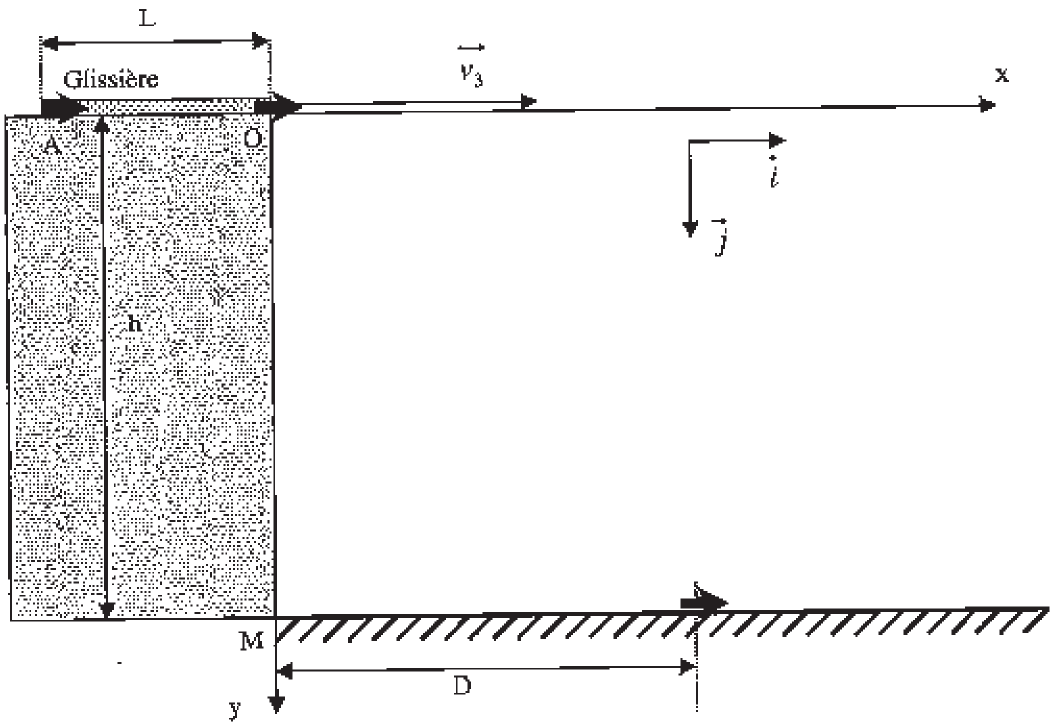
6) Lequel des deux objets (P_1 et P_2) touchera le sol en premier ?

$2^{ème}$ Partie :

Au cours d'une deuxième expérience, l'objet P_3 de même masse M est propulsé à l'aide d'un dispositif lanceur.

Il coulisse dans une glissière AO en subissant une force horizontale constante $\vec{F_3}$ qui s'exerce tant que l'objet est dans la glissière, c'est à dire sur la distance AO=L= 1 m..

Schéma 2 (aucune échelle n'est respectée)



On néglige toutes les forces de frottement agissant sur l'objet et on repère sa position lorsqu'il atteint le sol par la distance D_3 par rapport au pied de la falaise.

7) En vous servant des résultats de la partie 1, démontrer la relation suivante : $D_3 = v_3 \times \sqrt{\frac{2h}{g}}$ où v_3 est la valeur de la vitesse de l'objet en O.

8) Faire le bilan des forces appliquées à l'objet entre A et O et les représenter sur un schéma.

9) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer l'expression de v_3 en fonction de F_3 , M et L.

10) En déduire l'expression de F_3 en fonction de D_3, M, L, g et h.

Lors du tir d'un quatrième objet P_4, le dispositif lanceur est réglé pour que la force F_4 exercée soit quatre fois plus intense que la force F_3 exercée sur P_3 dans la partie précédente.

11) Quelle est la relation entre les distances D_4 et D_3 atteintes par les deux objets ?

Exercice 2 : Oscillations mécaniques (03/07)

On considèrera dans tout l'exercice que la constante de la pesanteur vaut $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$

I. Oscillations libres :

On considère un oscillateur mécanique qui est constitué d'un ressort vertical idéal (masse nulle), de constante de raideur k et de longueur à vide $l_0 = 50{,}0$ cm auquel est suspendu un solide S de masse m = 100g et de centre G. L'ensemble ressort-solide est accroché à une poutre fixe.

1) Représenter sur un schéma le ressort à l'équilibre ainsi que le solide S en faisant apparaître les forces agissant sur le solide S.

2) A l'équilibre, la longueur du ressort est $l_{éq} = 60{,}0$ cm. Déterminer la valeur littérale puis numérique de la constante de raideur du ressort.

Un opérateur écarte le solide S verticalement vers le bas et l'abandonne sans vitesse initiale. Au moment où l'opérateur lâche le solide S, la longueur du ressort est $l_m = 69{,}0$ cm.
On appelle x(t) l'allongement algébrique du ressort, c'est-à-dire la différence entre la longueur du ressort à l'instant t considéré et la longueur à l'équilibre $l_{éq}$. On suppose que le solide n'est soumis à aucun frottement.

3) Préciser les caractéristiques (origine et vecteur directeur) du repère vertical dans lequel x(t) est également l'abscisse du centre G du solide.

4) Etablir l'équation différentielle en x(t) du mouvement de G.

5) En déduire l'équation horaire du mouvement du solide, c'est-à-dire la fonction x = x(t)

6) Quelle est la valeur de l'amplitude X_m du mouvement ?

7) Déterminer l'expression littérale de la période propre T_0 de cet oscillateur.

8) Calculer numériquement T_0.

9) En réalité, le solide S subit une action de frottement fluide qui peut être modélisé par une force $\vec{F} = -\beta\vec{v}$ où $\vec{v}$ est le vecteur vitesse du centre G du solide. Si le frottement est faible, quel sera le type de mouvement observé ?

10) Pour un frottement faible, tracer l'allure du graphe x = x(t) en faisant apparaître sur votre schéma la pseudo-période T de l'oscillateur.

II. Oscillations forcées :

L'oscillateur mécanique précédent est maintenant accroché à la membrane d'un haut-parleur alimenté par un générateur basses fréquences amplifié. La membrane est alors animée d'un mouvement vertical sinusoïdal dont la fréquence f est celle choisie sur le GBF. On constate qu'en faisant varier la fréquence f, l'amplitude des oscillations du solide S varie également.

11) Identifier l'excitateur et le résonateur.

12) Pour quelle valeur particulière de f, l'amplitude des oscillations du solide est-elle maximale ?

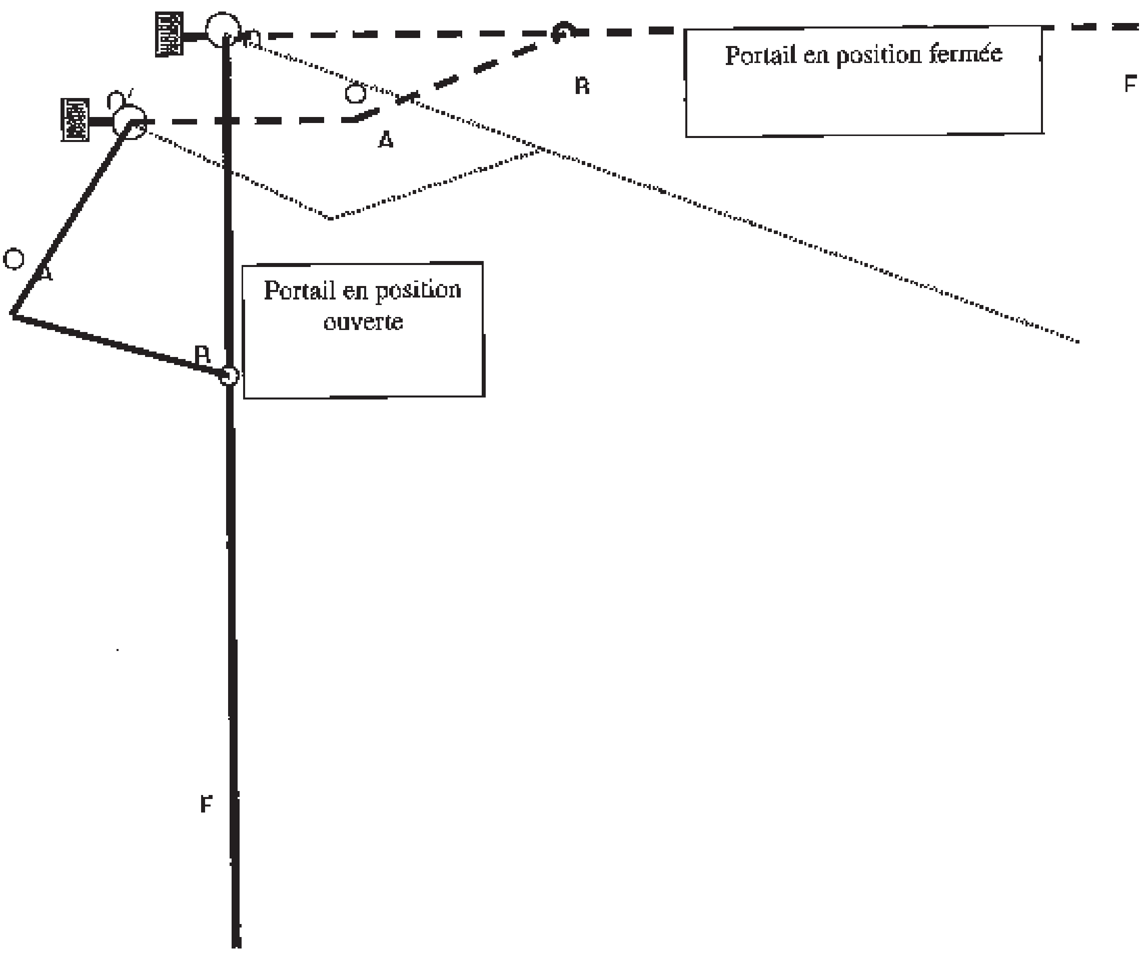
13) Comment appelle-t-on ce phénomène ?

14) Que se passe-t-il pour l'amplitude des oscillations lorsque la fréquence f devient très grande ?

Exercice 3 : Portail (02/07)

La résolution sera exclusivement graphique sur le document fourni.

La maneuvre automatique d'un portail est réalisée grâce au mécanisme schématisé ci-dessous et représenté dans différentes positions. Le portail OE tourne autour de O. Le mécanisme moteur entraine le bras (O'A) en rotation autour de O', à l'extrémité de ce bras une biellette (AB) articulée en A et B transmet le mouvement au portail (OE).



Données:

- Le bras O'A est moteur et sa vitesse de rotation est égale à $(3/\pi)$ tr/min par rapport au repère fixe.
- Le bras O'A est de longueur d = 40 cm et le portail OE est de longueur L = 200 cm

On demande, sur le document réponse représentant la position d'étude du portail,

1) de déterminer et de placer le vecteur vitesse, noté $\vec{V}(A,S_1/R_0)$, du point A appartenant au bras motorisé O'A par rapport au repère fixe.

   Remarque : on prendra comme échelle: 1 cm représente 0,01 m/s

2) De déterminer la direction de la vitesse $\vec{V}(B,S_3/R_0)$ du point B du portail OE par rapport au repère fixe puis de construire graphiquement le vecteur vitesse $\vec{V}(B,S_2/R_0)$ du point B de la biellette AB par rapport au repère fixe en utilisant la propriété d'équiprojectivité du champ des vitesses du solide biellette.

3) En déduire la vitesse $\vec{V}(E,S_3/R_0)$ du point E appartenant au portail par rapport au repère fixe.

Partie III : Electronique (≈ 06/20)

Les 2 exercices sont totalement indépendants entre eux. D'une façon générale, pour chaque question on effectuera d'abord les calculs littéraux puis les applications numériques.

Exercice 1 : (≈ 03/20)

Un circuit électrique est constitué de 3 dipôles : une résistance R_1 , une seconde résistance R_2 et un condensateur de capacité C_2 alimentés par un générateur basses fréquences idéal (résistance interne nulle) réglé pour délivrer une tension sinusoïdale de pulsation ω et de valeur crête à crête U_{CC} = 12V

On donne : $R_1 = 1\ k\Omega$, $R_2 = 5\ k\Omega$ et $C_2 = 20$ nF.

Le montage réalisé est représenté sur la figure 1 :

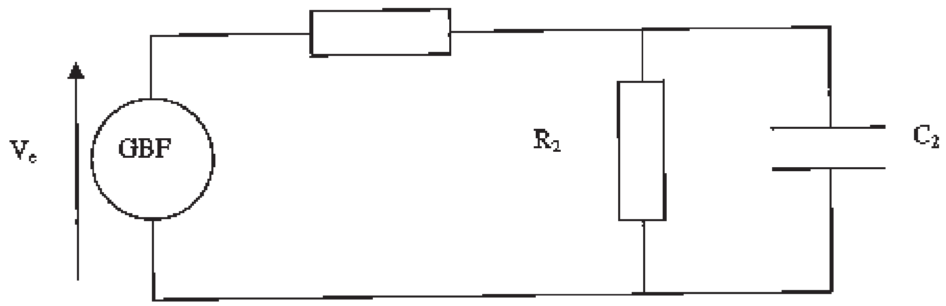


Figure 1

On s'intéresse à la tension $V_s(t)$ définie comme étant la différence de potentiel existant aux bornes du condensateur.

1) Proposer sur un schéma le branchement d'un oscilloscope permettant de visualiser les variations temporelles des tensions V_e et V_s.

2) $\underline{V_e}$ et $\underline{V_e}$ désignent les représentations complexes de $V_e(t)$ et $V_s(t)$. On désigne par $H(j\omega)$ la fonction de transfert du montage défini par :

$$H(j\omega) = \frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}}$$

Déterminer $H(j\omega)$ et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme :

$$H(j\omega) = \frac{K}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_0}}$$; on déterminera les valeurs de K, ω_0 et f_0 la fréquence correspondant à la pulsation ω_0.

3) Donner les expressions du module et de l'argument de $H(j\omega)$.

4) On suppose désormais que la fréquence de la source d'entrée est f = 50 Hz. Comparer cette valeur à celle de f_0. En déduire simplement les valeurs approchées prises par le module et l'argument de H à cette fréquence particulière. En déduire enfin l'expression approchée des variations temporelles de la tension de sortie $V_s(t)$.

5) On modifie le circuit en ajoutant un condensateur C_1 en parallèle sur R_1.

Montrer qu'avec ce nouveau montage, on a $H(j\omega) = K\dfrac{1+j\dfrac{\omega}{\omega_A}}{1+j\dfrac{\omega}{\omega_B}}$ et déterminer la valeur de C_1 (en fonction de R_1 , R_2 et C_2) pour que H(jω) soit indépendant de ω.

Exercice 2 : circuit à Amplificateur Opérationnel (≈03/20)

Dans cet exercice, les amplificateurs opérationnels (AOP) sont supposés idéaux et fonctionnant en régime linéaire.

$1^{ère}$ Partie :

Soit le schéma de la figure 2:

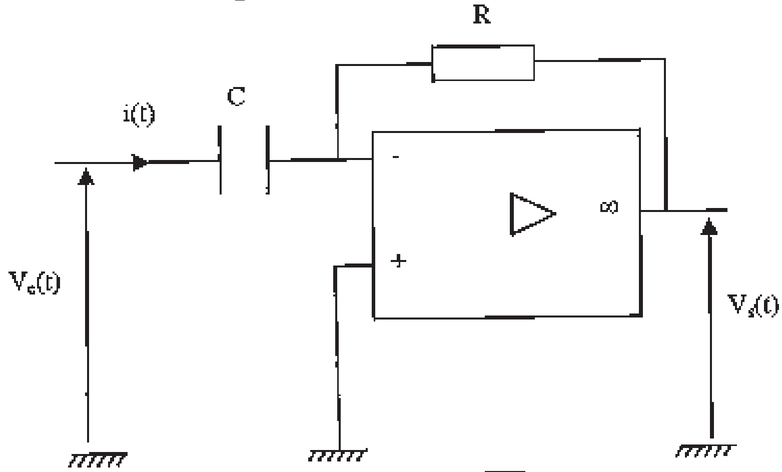


Figure 2

1) $\underline{V_e}$ et $\underline{V_s}$ désignent les représentations complexes de $V_e(t)$ et $V_s(t)$. Déterminer la fonction de transfert du montage $H(j\omega) = \dfrac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}}$

2) La tension d'entrée, sinusoïdale, s'écrit : $V_e(t) = U_0 \cos(\omega t)$. Déterminer l'expression de la tension de sortie $V_s(t)$ en fonction de U_0 , ω, R et C.

3) Quelle est la fonction d'un tel montage ?

2ème Partie :

Le schéma est modifié de la manière suivante (figure 3), on travaille uniquement avec les représentations complexes des tensions et courants.

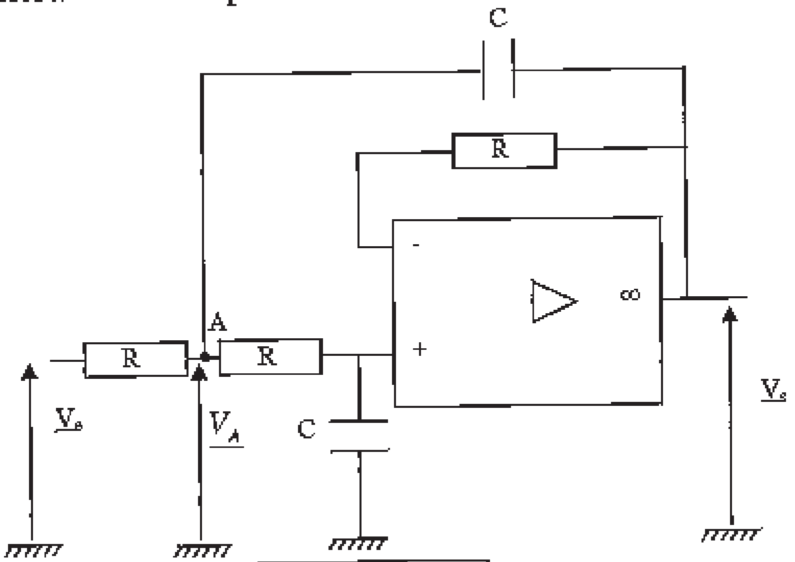


Figure 3

1) Etablir l'expression de $\underline{e_-}$, tension complexe sur l'entrée non inverseuse (-), en fonction de $\underline{V_s}$ et des éléments du circuit.

2) Etablir l'expression de $\underline{e_+}$, tension complexe sur l'entrée inverseuse (+), en fonction de $\underline{V_A}$ et des éléments du circuit.

3) Déduire de ces deux questions, une relation entre $\underline{V_A}$ et $\underline{V_s}$

4) Trouver une relation entre $\underline{V_A}$, $\underline{V_e}$ et $\underline{V_s}$ (on pourra par exemple écrire la loi des nœuds en A)

5) Déduire des questions précédentes que la fonction de transfert du montage $H(j\omega)=\dfrac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}}$ peut se mettre sous la forme $H(j\omega)=\dfrac{1}{1+j\dfrac{1}{Q}\dfrac{\omega}{\omega_0}-\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$ (Vous exprimerez Q et ω_0 en fonction de R et C)

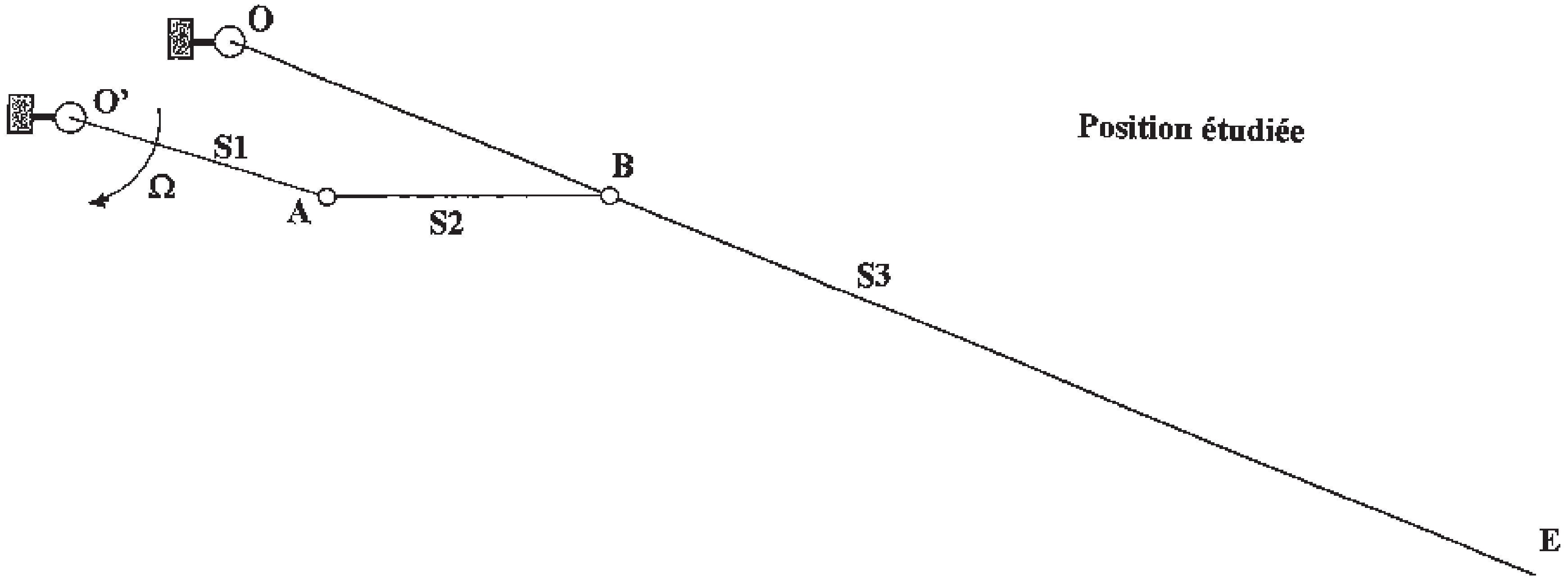
6) Donner l'expression du gain $G(\omega)=|\underline{T}(j\omega)|$

7) Calculer $\lim\limits_{\omega\to 0}(G(\omega))$

8) Calculer $\lim\limits_{\omega\to\infty}(G(\omega))$

9) Calculer $G(\omega_0)$ en fonction de Q.

10) Déduire des trois questions précédentes la nature du filtre constitué par ce montage : passe-bas, passe-bande ou passe-haut en justifiant votre réponse.



Position étudiée

Document réponse pour vos tracés graphiques

Echelle: 1 cm représente 0,01 m/s